

Kenn R. Vogelzung von H. Melchior

SCIENTIA ELECTRICA

Vol. IX

1963

Fasc. 3

*Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. M. J. O. Strutt,
zum 60. Geburtstag gewidmet*

Analytische Darstellung von Tunneldioden-Kennlinien und die Berechnung der Verzerrungen und Mischvorgänge in Tunneldiodenstufen

Von H. MELCHIOR

Mitteilung aus dem Institut
für Höhere Elektrotechnik der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich

(Eingegangen am 27. 7. 63)

Physikalisch begründete Näherungen für den Verlauf der statischen Strom-Spannungs-Kennlinien und des differentiellen Leitwertes von Tunneldioden werden in gemessene Kennlinien eingepasst.

Für die Serieschaltung einer Tunneldiode mit einem ohmschen Widerstand werden, ausgehend von der analytischen Näherung für die Tunneldiodenkennlinie, die Verzerrungen des Stromes bei der Aussteuerung mit einer cosinusförmigen Eingangsspannung berechnet. Der Vergleich mit gemessenen Werten liefert befriedigende Resultate.

Für eine Mischstufe, mit einer Tunneldiode und auf Resonanz abgestimmten Ein- und Ausgangskreisen, werden die für grosse und die für kleine Oszillatorsignale geltenden Beziehungen zwischen den als klein angenommenen Strömen und Spannungen der Signal-, Zwischen- und Spiegelfrequenz abgeleitet. Die Mischsteilheit und die Leitwerte dieser Mischstufe werden dargestellt durch analytische Funktionen, welche aus der Gleichstromkennlinie und der Grösse des Oszillatorsignals zu berechnen sind.

The analytical representation of tunnel-diode static characteristics and the calculation of nonlinear distortion effects and the mixing properties of tunnel-diode stages. The experimentally determined static current-voltage-characteristics and differential conductances of tunnel-diodes can be approximated by analytical functions whose forms are based on the physics of the diode. Using this analytical approximation for the tunnel-diode characteristic, the nonlinear distortion effects of a tunnel-diode loaded by an ohmic resistance are calculated. For a tunnel diode mixer stage with tuned input and output circuits the relations between the mixer-currents and voltages are evaluated. The analytical expressions for the different mixer conductances are given in terms of the static characteristics for large and for relatively small oscillator voltages.

1. Einleitung

Einige neuere Arbeiten ([1], [2]) haben gezeigt, dass es möglich ist, theoretisch abgeleitete Näherungen für den Verlauf von statischen Tunneldiodenkennlinien [1] so in experimentell bestimmte Kennlinien einzupassen, dass eine gute Übereinstimmung zwischen analytischer

Näherung und Messung resultiert. Der Strom durch eine Tunneldiode besteht aus mehreren Teilströmen, welche von verschiedenen physikalischen Effekten herrühren. Diese Ströme sind abhängig von der Spannung über der Sperrschicht der Tunneldiode.

Der wichtigste Stromanteil ist der Esaki- oder Tunnelstrom. Für die Spannungsabhängigkeit dieses Stromes, I_{Esaki} , ergibt sich aus der Tunneleffekttheorie ([3], [4] und [5]) für direkte Trägerübergänge zwischen Valenz- und Leitungsband in einer Halbleitersperrschicht eine analytische Näherung folgender Form [1]:

$$I_{\text{Esaki}} = A U \exp(-U/U_A). \quad (1)$$

U ist die angelegte Spannung, A und U_A sind Konstanten, für welche [1] theoretische Ausdrücke angibt. Dieser Verlauf ist mehrfach experimentell überprüft worden, so von [1] für das Gebiet negativer Spannungen (Zenerdiode) und von [2] für das Gebiet positiver Spannungen (Tunneldiode). Bei Spannungen von einigen 100 mV in Vorwärtsrichtung verschwindet der Tunnelstrom. Es fließt dann ein Diffusionsstrom, welcher auch für die extrem hochdotierten Tunnelknoten mit ihrer entarteten Trägerverteilung, analog zur Diffusionsstromgleichung von W. SHOCKLEY [6] für den nichtentarteten Fall, dargestellt werden kann [7] durch:

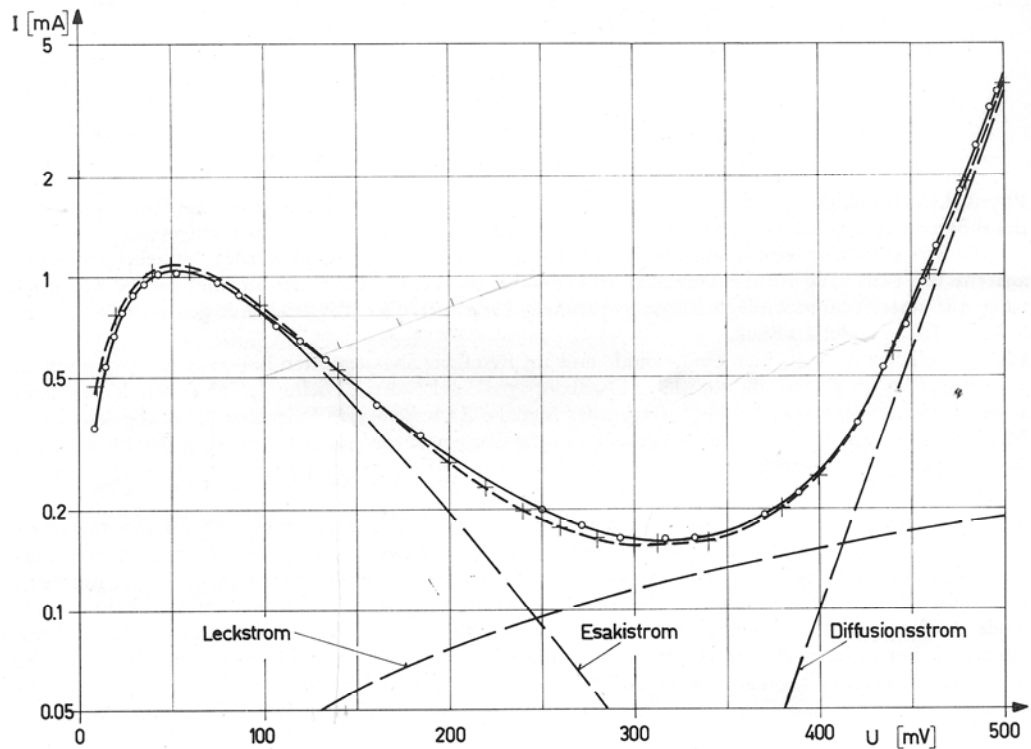


Abb. 1 Gleichstromkennlinie der Germanium-Tunnel diode ZJ56A bei 27°C

$$I = A U \exp(-U/U_A) + G_L U + I_s \exp(U/U_D)$$

$$A = 59 \text{ mS}, U_A = 49 \text{ mV}, G_L = 0,38 \text{ mS},$$

$$I_s = 6,2 \cdot 10^{-11} \text{ A}, U_D = 28 \text{ mV}$$

— gemessene Kennlinie

- - - - eingepasste Funktion

- · - · - einzelne Stromanteile

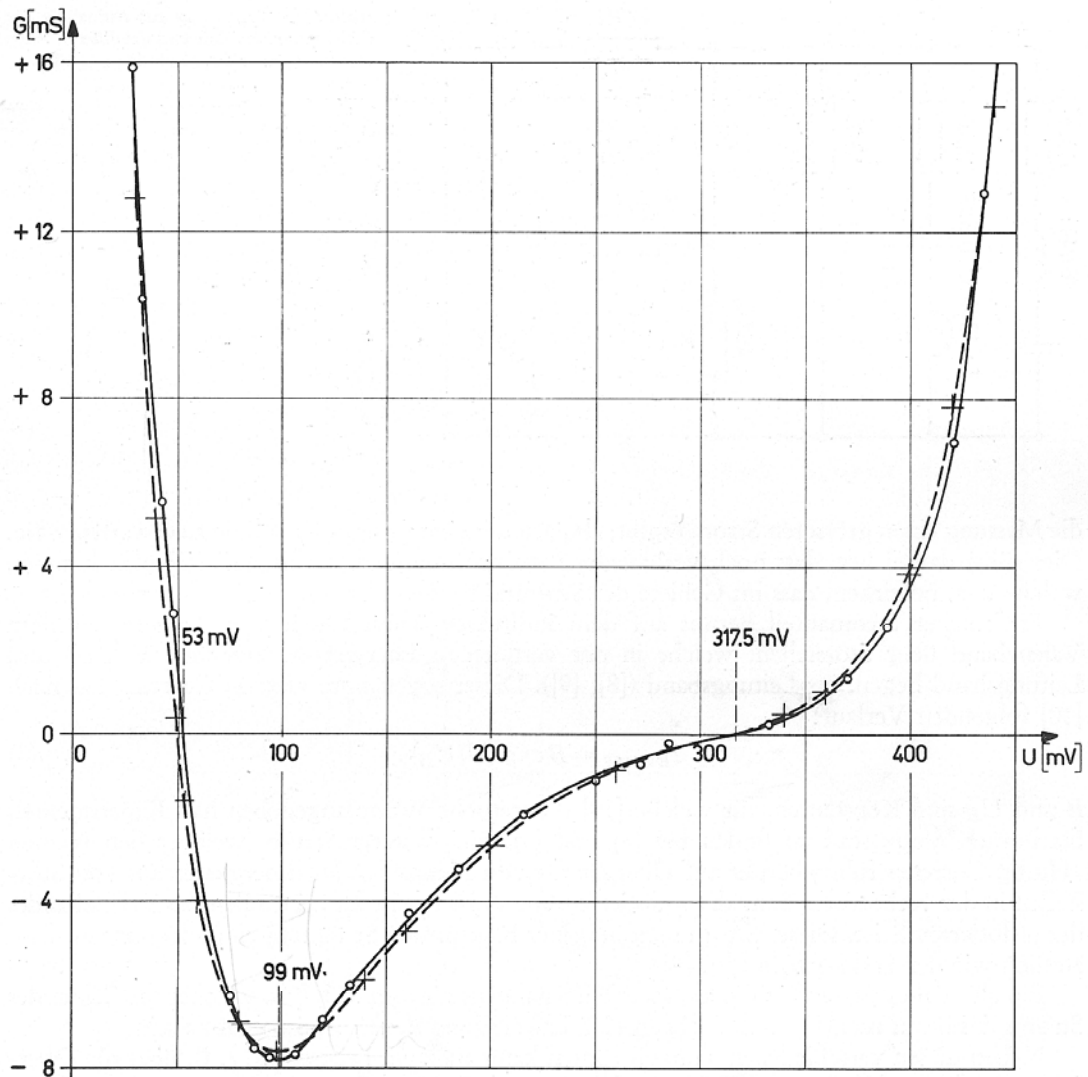


Abb. 2 Differentieller Leitwert der Tunnel diode ZJ56A bei 27°C als Funktion der Gleichspannung
 $G = A (1 - U/U_A) \exp(-U/U_A) + G_L + (I_s/U_D) \exp(U/U_D)$
 $A = 59 \text{ mS}$, $U_A = 49 \text{ mV}$, $G_L = 0,38 \text{ mS}$,
 $I_s = 6,2 \cdot 10^{-11} \text{ A}$, $U_D = 28 \text{ mV}$
 — gemessener Leitwert
 - - - - - eingepasster Leitwert

$$I_{\text{Diffusion}} = I_s [\exp(U/U_D) - 1]. \quad (2)$$

I_s und U_D sind Konstanten.

Diese beiden Ströme können überlagert werden und ergeben dann eine Näherung für die statische Strom-Spannungs-Kennlinie einer Tunnel diode. Durch Einpassen dieser Funktion in eine gemessene Kennlinie können die Konstanten A , U_A , I_s und U_D experimentell bestimmt werden [2]. Die eingepasste Funktion und die gemessene Kennlinie zeigen dabei einen recht gut übereinstimmenden Verlauf. Im Gebiete des Stromminimums treten Abweichungen auf, indem

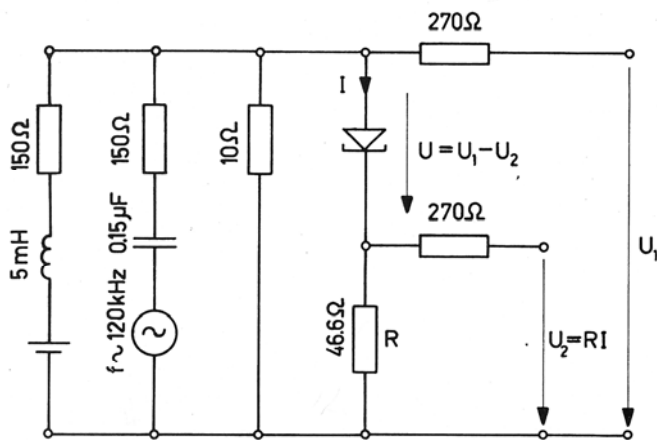


Abb. 3 Meßschaltung zur Aufnahme der Gleichstromkennlinie und des differentiellen Leitwertes einer Tunnelodiode

die Messung einen grösseren Strom ergibt, als nach der eingepassten Kennlinie zu erwarten wäre. Dies rührt davon her, dass noch verschiedene weitere physikalische Effekte auftreten können, welche u. a. bewirken, dass im Gebiete des Stromminimums der Strom nicht verschwindet.

Ein solcher Stromanteil beruht auf dem indirekten Tunneleffekt von Trägern aus dem Valenzband über Störstellen, welche in der verbotenen Energiezone zwischen Valenz- und Leitungsband liegen, ins Leitungsband ([8], [9]). Dieser sogenannte «Excess Current» hat nach [10] folgenden Verlauf:

$$I_{Excess} = B \exp(U/U_B). \quad (3)$$

B und U_B sind Konstanten, für welche [10] theoretische Werte angegeben hat. Experimentell bestimmte Werte sind zu finden bei [8] und [9]. Ein weiterer Strom, welcher den Namen «Hump Current» führt, beruht auf Übergängen von Elektronen aus Energieniveaus von Störstellen in der verbotenen Zone der n -dotierten Sperrschichtseite zu Leerstellen des Valenzbandes der p -dotierten Seite. Dieser Strom setzt bei einer bestimmten Spannung ein, und verläuft dann ähnlich wie der Esaki-Strom ([8], [9]).

Ein als «Valley Strom» in die Literatur eingegangener Strom ([7], [9]), welcher im Gebiet des Stromminimums merkbar wird, scheint eine Erweiterung des Esaki-Stromes zu sein.

Neben diesen verschiedenen Tunnelströmen kann auch ein Leckstrom, z. B. über die Oberfläche der Tunneliodensperrschicht, auftreten. Mit der Annahme eines konstanten Leckleitwertes G_L ergibt sich für den Leckstrom:

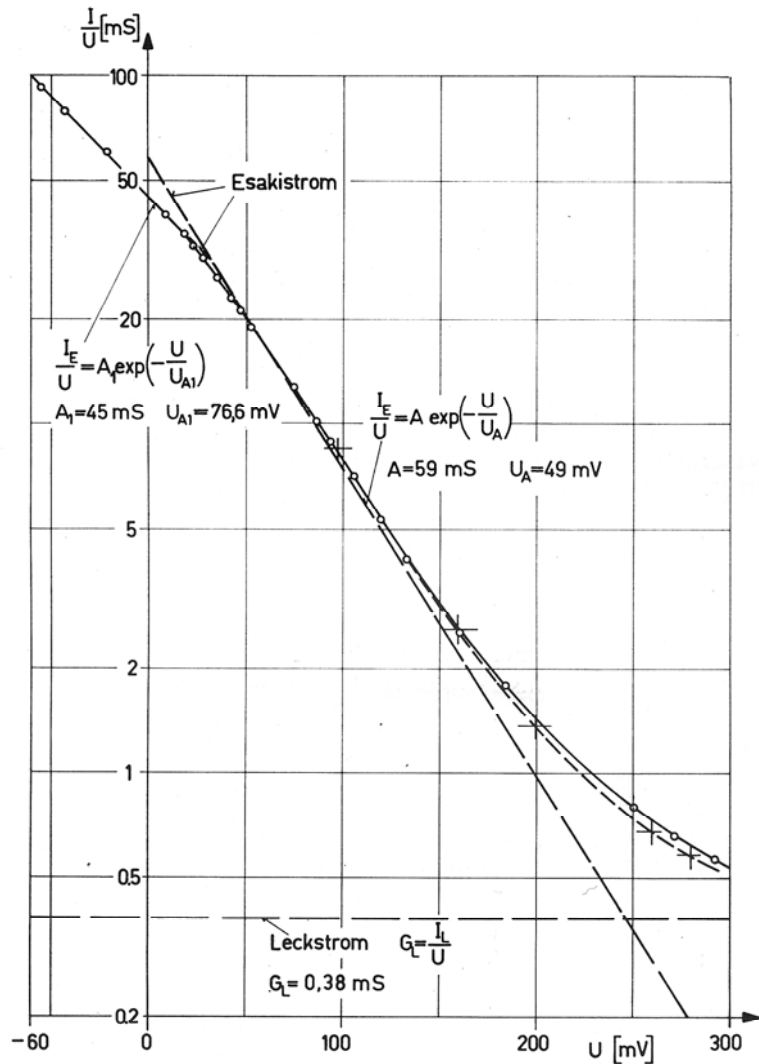
$$I_{Leck} = G_L U. \quad (4)$$

Damit hat man etliche Einpassmöglichkeiten, um die Kennlinie einer Tunnelodiode durch einen theoretisch begründeten analytischen Ausdruck möglichst gut anzunähern.

2. Gleichstromkennlinie und differentieller Leitwert von Tunnelioden

Aus Untersuchungen der Gleichstromkennlinien von Tunnelioden ist ersichtlich, dass der Hauptanteil des Stromes aus dem Tunnelstrom (1) und dem Diffusionsstrom (2) besteht. Die weiteren Stromanteile wechseln je nach dem Typ der Tunnelodiode. Zur möglichst genauen Einpassung der verschiedenen Stromanteile in eine gemessene Tunneliodenkennlinie verwenden wir neben der Gleichstromkennlinie auch den Verlauf des differentiellen Diodenleitwertes als Funktion der Diodenspannung.

Abb. 4
Gleichstromkennlinie der
Tunnel diode ZJ 56 A bei 27°C
— gemessene Kennlinie
- - - eingepasste Kennlinie
- - - einzelne Stromanteile



Als Beispiel seien die Resultate für zwei Germanium-Tunnel dioden angeführt.

Der bei einer Temperatur von 27°C gemessene Verlauf der Gleichstromkennlinie (Abb. 1) und des differentiellen Leitwertes (Abb. 2) kann für eine Diode vom Typ ZJ 56 A durch folgende Funktionen angenähert werden:

$$I = A U \exp(-U/U_A) + G_L U + I_s \exp(U/U_D). \quad (5)$$

Die Ableitung nach der Spannung U ergibt für den Leitwert G :

$$G = A (1 - U/U_A) \exp(-U/U_A) + G_L + (I_s/U_D) \exp(U/U_D). \quad (6)$$

Der Leitwert wurde mit der in Abb. 3 angegebenen Schaltung bei einer Frequenz von 120 kHz und einer Aussteuerung von 0,5...1 mV gemessen. Für die 5 Konstanten ergeben sich durch Einpassen in die mit einer Messgenauigkeit von 2% bestimmten Kennlinien folgende numerischen Werte:

für den Esaki-Anteil: $A = 59 \text{ mS}$, $U_A = 49 \text{ mV}$, (7)

für den Leckleitwert: $G_L = 0,38 \text{ mS}$, (8)

und für den Diffusionsstrom: $I_s = 6,2 \cdot 10^{-11} \text{ A}$, $U_D = 28 \text{ mV}$. (9)

Trägt man $\ln(I/U)$ als Funktion von U auf [2], dann wird der Tunnelstrom nach (1) durch eine Gerade dargestellt (Abb. 4). Die Messung hingegen, welche auch für andere Typen zu ähnlichen Resultaten führt, zeigt einen Verlauf für den Tunneleffektstrom, welcher in dieser Darstellung durch eine geknickte Gerade beschrieben werden kann. Der Knick der beiden Tunnelstromgesetze liegt bei kleineren Spannungen als die Spannung U_A , bei welcher der Spitzenwert des Tunnelstromes auftritt. Offenbar treten in diesen beiden Spannungsregionen unterschiedliche Tunnelstromanteile auf, die von verschiedenartigen Tunnelübergängen herrühren. In beiden Fällen folgt aber der Tunnelstrom dem in (1) angegebenen Gesetz. In der analytischen Näherung für den Tunnelstrom (5) und (7) ist der für das Gebiet des negativen Leit-

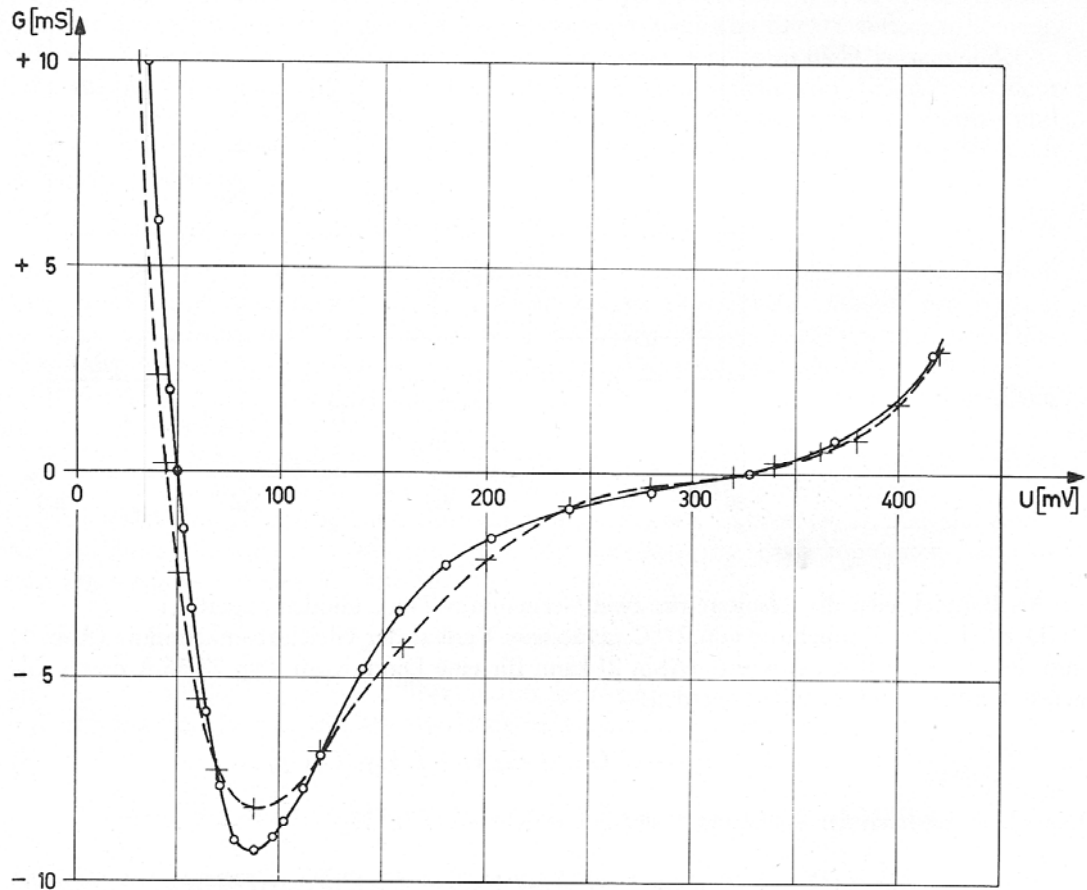
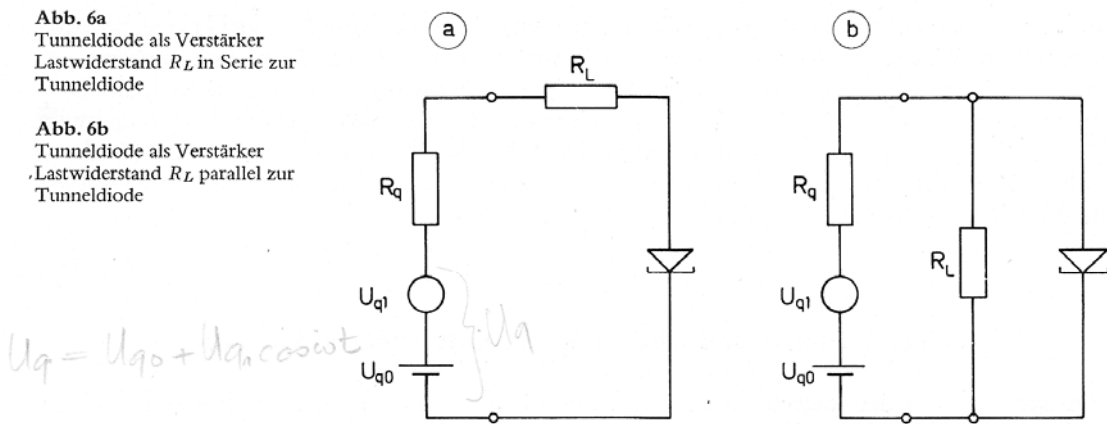


Abb. 5 Differentieller Leitwert der Tunneldiode 1N 2939 bei 23°C als Funktion der Gleichspannung
 $G = A(1 - U/U_A) \exp(-U/U_A) + G_L + (I_s/U_D) \exp(U/U_D)$
 $A = 62 \text{ mS}$, $U_A = 44 \text{ mV}$, $G_L = 0,2 \text{ mS}$,
 $I_s = 2,75 \cdot 10^{-11} \text{ A}$, $U_D = 28,4 \text{ mV}$
 — gemessener Leitwert
 - - - - eingepasster Leitwert

Abb. 6a
Tunnelodiode als Verstärker
Lastwiderstand R_L in Serie zur
Tunnelodiode

Abb. 6b
Tunnelodiode als Verstärker
Lastwiderstand R_L parallel zur
Tunnelodiode



wertes gültige Term für den Esaki-Strom aufgeführt. Für kleinere Spannungen als U_A und für negative Spannungen kann der Diodenstrom dargestellt werden als

$$I = A_1 U \exp(-U/U_{A1}) \quad (10)$$

mit den Konstanten $A_1 = 45 \text{ mS}$ und $U_{A1} = 76,6 \text{ mV}$. (11)

Wird $\ln I$ als Funktion von U aufgetragen (Abb. 1), dann können, nach Abzug des Leckstromes vom gemessenen Strom, bei höheren Spannungen, der Diffusionsstrom und allenfalls der exponentiell verlaufende «Excess» Strom, als Geraden eingepasst werden. Als Rest ($< 15 \mu\text{A}$) bleibt dann ein Strom im Gebiete des Stromminimums, welcher als «Hump»- oder «Valley»-Strom aufgefasst werden kann.

Der gemessene und der aus der analytischen Näherung (6) berechnete differentielle Leitwert sind in Abb. 2 dargestellt. Die experimentell bestimmten Kennlinien und die eingepassten Funktionen stimmen für diesen Diodentyp vollständig überein.

Diese Einpassung ist aber nicht bei allen Typen von Tunneldioden gleich gut möglich. In Abb. 5 sind für eine Tunnelodiode vom Typ 1 N 2939 der bei 23°C und einem Meßsignal von 1 mV bei einer Frequenz von 380 kHz gemessene Leitwert und die analytische Näherungsfunktion nach (6) aufgetragen. Die Konstanten haben für diese Diode die Werte: $A = 62 \text{ mS}$, $U_A = 44 \text{ mV}$, $G_L = 0,2 \text{ mS}$, $I_s = 2,75 \cdot 10^{-11} \text{ A}$ und $U_D = 28,4 \text{ mV}$. Der eingepasste Leitwert zeigt als Funktion der Spannung ein zu wenig scharf ausgeprägtes Maximum für den negativen Leitwert. Der Esaki-Stromanteil verläuft für diese Tunnelodiode nicht genau nach der Näherung $A U \exp(-U/U_A)$.

Rührt der Hauptanteil des Diodenstromes im Gebiet des negativen differentielle Leitwertes vom Esaki-Strom nach (1) her, dann gelten die folgenden allgemeinen Zusammenhänge. Bei der Spannung $U = U_A$ durchläuft der differentielle Leitwert der Diode den Wert Null. Der

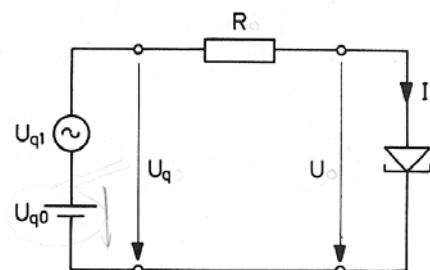


Abb. 7 Tunnelodiode mit Seriewiderstand als Verstärker

$$U = U_q - R \cdot I$$

Esaki-Strom in Vorwärtsrichtung erreicht dann seinen Maximalwert $\hat{I} = A U_A / e$. e bedeutet die Basis der natürlichen Logarithmen. Bei der Spannung $U = 2 U_A$, d. h. beim doppelten Wert der zum Spitzenstrom \hat{I} gehörenden Spannung U_A , tritt der grösste negative differentielle Leitwert $G_{max} = -A/e^2 = -\hat{I}/e U_A$ des Esaki-Anteils auf. Dieser Wert ist um den Leckleitwert G_L zu korrigieren, um den maximalen negativen differentielle Leitwert der reellen Diode zu erhalten. Der Gleichstrom durch die Diode ist in diesem Arbeitspunkt vom Spitzenwert \hat{I} auf den Wert $2 \hat{I}/e = 0,735 \hat{I}$ abgefallen.

3. Verzerrungen und Oberwellen in einer Tunnelndiodenstufe

Ausgehend von den analytischen Ausdrücken für die Tunnelndiodenkennlinie (Gl. 5 bis 9), welche aus der gemessenen Gleichstromkennlinie und dem differentiellen Leitwert einer Tunnelndiode bestimmt werden, können die Verzerrungen, die Oberwellen und das Mischverhalten von Tunnelndioden berechnet werden. Die Rechnung, welche hier für den Fall, dass keine reaktiven Schaltelemente auftreten (tiefe Frequenzen), durchgeführt wird, folgt dem von [11] angegebenen Weg für die Berechnung der Verzerrungen und des Mischverhaltens von Transistoren.

3.1. Verstärkerschaltungen mit Tunnelndioden

Eine Tunnelndiode kann auf zwei verschiedene Arten zur Entdämpfung eines Lastwiderstandes verwendet werden [12]. Sie kann in Serie (Abb. 6a) oder parallel (Abb. 6b) zu einem Lastwiderstand geschaltet werden. Ist das Verhalten der Tunnelndiode in einer dieser Schaltungen bekannt, dann lässt sich daraus auch ihr Verhalten in der andern Schaltung angeben.

3.2 Berechnung der Verzerrungen einer Tunnelndiode in Serie mit einem ohmschen Widerstand

Für die Serieschaltung einer Tunnelndiode mit einem ohmschen Widerstand (Abb. 7) soll der Strom berechnet werden, wenn an den Eingang dieser Schaltung eine ideale Gleich- und Wechselspannungsquelle $U_q = U_{q0} + U_{q1} \cos \omega t$ angelegt wird. Der Widerstand R setzt sich dabei zusammen aus dem Innenwiderstand des Generators, aus dem Lastwiderstand und aus dem Seriewiderstand R_T der Tunnelndiode. Für die Strom-Spannungscharakteristik dieser Schaltung erhält man:

$$I = A (U_q - R I) \exp\left(\frac{U_q - R I}{U_A}\right) + G_L (U_q - R I) + I_s \exp\left(\frac{U_q - R I}{U_D}\right). \quad (12)$$

Fliesst in der Tunnelndiode zusätzlich noch ein exponentiell verlaufender «Excess-Strom», so ist dieser formal gleich wie der Diffusionsstrom, der letzte Term in obiger Gleichung, zu behandeln.

Diese implizite Gleichung für den Strom $I = I(U_q - R I)$ wird im Gleichstromarbeitspunkt U_0 , d. h. dem Arbeitspunkt ohne angelegte Wechselspannung, in eine Taylorreihe für das Wechselspannungssignal U_{\sim} entwickelt.

$$I = I|_{U_{q0}} + \frac{dI}{dU}|_{U_{q0}} \frac{U_{\sim}}{1!} + \frac{d^2I}{dU^2}|_{U_{q0}} \frac{U_{\sim}^2}{2!} + \frac{d^3I}{dU^3}|_{U_{q0}} \frac{U_{\sim}^3}{3!} + \dots + \frac{d^n I}{dU^n}|_{U_{q0}} \frac{U_{\sim}^n}{n!} \quad (13)$$



Für $U_{\sim} = U_{q1} \cos \omega t$ treten Glieder der Form $U_{q1}^n \cos^n \omega t$ auf. Diese Potenzen der trigonometrischen Funktionen können zerlegt werden:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos \alpha \\ \cos^2 \alpha &= \frac{1}{2} (\cos 2\alpha + 1) \\ \cos^3 \alpha &= \frac{1}{4} (\cos 3\alpha + 3 \cos \alpha) \\ \cos^4 \alpha &= \frac{1}{8} (\cos 4\alpha + 4 \cos 2\alpha + 6) \\ \cos^5 \alpha &= \frac{1}{16} (\cos 5\alpha + 5 \cos 3\alpha + 10 \cos \alpha) \end{aligned} \quad (14)$$

Damit lässt sich der Strom I in seine Frequenzanteile zerlegen:

Gleichstrom:

$$I_0 = I \Big|_{U_{q0}} + \frac{d^2 I}{dU_q^2} \Big|_{U_{q0}} \frac{U_{q1}^2}{4} + \frac{d^4 I}{dU_q^4} \Big|_{U_{q0}} \frac{U_{q1}^4}{32} + \dots \quad (15)$$

Grundharmonische:

$$I_1 \cos \omega t = \left(\frac{dI}{dU_q} \Big|_{U_{q0}} U_{q1} + \frac{d^3 I}{dU_q^3} \Big|_{U_{q0}} \frac{U_{q1}^3}{8} + \frac{d^5 I}{dU_q^5} \Big|_{U_{q0}} \frac{U_{q1}^5}{192} + \dots \right) \cos \omega t \quad (16)$$

zweite Harmonische:

$$I_2 \cos 2\omega t = \left(\frac{d^2 I}{dU_q^2} \Big|_{U_{q0}} \frac{U_{q1}^2}{4} + \frac{d^4 I}{dU_q^4} \Big|_{U_{q0}} \frac{U_{q1}^4}{48} + \dots \right) \cos 2\omega t \quad (17)$$

dritte Harmonische:

$$I_3 \cos 3\omega t = \left(\frac{d^3 I}{dU_q^3} \Big|_{U_{q0}} \frac{U_{q1}^3}{24} + \frac{d^5 I}{dU_q^5} \Big|_{U_{q0}} \frac{U_{q1}^5}{384} + \dots \right) \cos 3\omega t \quad (18)$$

vierte Harmonische:

$$I_4 \cos 4\omega t = \left(\frac{d^4 I}{dU_q^4} \Big|_{U_{q0}} \frac{U_{q1}^4}{192} + \dots \right) \cos 4\omega t \quad (19)$$

In diesen Gleichungen für die Ströme, welche bei der Aussteuerung mit einer sinusförmigen Spannung um einen Arbeitspunkt, fließen, werden die Ableitungen der Kennlinie, bestehend aus Tunnel diode und Seriewiderstand, benötigt. Diese Ableitungen lassen sich anschreiben als Funktionen der Ableitungen der Kennlinie $I = I(U)$ (Gl. 5) der Tunnel diode ohne Seriewiderstand. Mit $U = U_q - RI$ kann die erste Ableitung dieser impliziten Stromgleichung wie folgt umgeformt werden:

$$\frac{dI}{dU_q} = \frac{dI}{dU} \cdot \frac{dU}{dU_q}, \quad (20)$$

mit
$$\frac{dU}{dU_q} = 1 - R \frac{dI}{dU_q} \quad (21)$$

Dies eingesetzt führt schliesslich auf

$$\frac{dU}{dU_q} = \frac{1}{1 + R \frac{dI}{dU}} \quad (22)$$

und
$$\frac{dI}{dU_q} = \frac{1}{1 + R \frac{dI}{dU}} \cdot \frac{dI}{dU} \quad (23)$$
 Leitwert

Die höheren Ableitungen führen auf folgende Gleichungen:

$$\frac{d^2I}{dU_q^2} = \frac{1}{\left(1 + R \frac{dI}{dU}\right)^3} \cdot \frac{d^2I}{dU^2}, \quad (24)$$

$$\frac{d^3I}{dU_q^3} = \frac{1}{\left(1 + R \frac{dI}{dU}\right)^4} \cdot \frac{d^3I}{dU^3} - \frac{3R}{\left(1 + R \frac{dI}{dU}\right)^5} \left(\frac{d^2I}{dU^2}\right)^2, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4I}{dU_q^4} = & \frac{1}{\left(1 + R \frac{dI}{dU}\right)^5} \cdot \frac{d^4I}{dU^4} - \frac{10R}{\left(1 + R \frac{dI}{dU}\right)^6} \cdot \frac{d^2I}{dU^2} \cdot \frac{d^3I}{dU^3} + \\ & + \frac{15R}{\left(1 + R \frac{dI}{dU}\right)^7} \left(\frac{d^2I}{dU^2}\right)^3. \end{aligned} \quad (26)$$

Neben dem Strom durch die Tunneldiode (5) und dem differentiellen Leitwert $G = dI/dU$ (Gl. 6) werden zur Berechnung der Oberwellen auch die höheren Ableitungen des Tunnelstromes in Funktion der Spannung U über der Diode benötigt.

$$\frac{d^2I}{dU^2} = A/U_A [-2 + U/U_A] \exp(-U/U_A) + (I_s/U_D^2) \exp(U/U_D), \quad (27)$$

$$\frac{d^3I}{dU^3} = A/U_A^2 [3 - U/U_A] \exp(-U/U_A) + (I_s/U_D^3) \exp(U/U_D), \quad (28)$$

$$\frac{d^n I}{dU^n} = (-1)^n A/U_A^{n-1} [-n + U/U_A] \exp(-U/U_A) + (I_s/U_D^n) \exp(U/U_D). \quad (29)$$

Diese Ableitungen der Tunnelkennlinie (5) können numerisch berechnet werden für einen bestimmten Arbeitspunkt $U_0 = U_{q0} - RI|_{U_{q0}}$.

Nach dem Einsetzen dieser Werte in die Gleichungen zur Bestimmung der Ableitungen der Kennlinie, bestehend aus Tunnel diode und Seriewiderstand (Gl. 23 bis 26), erfolgt nach den Gln. (15) bis (19), bei bekanntem Widerstand R die Berechnung des Richtstromes, des Grundwellenstromes und der Oberwellenströme.

Als experimentelle Bestätigung dieser Rechenmethode ist in Abb. 8 der gemessene und der berechnete Strom der zweiten Harmonischen in Abhängigkeit vom Arbeitspunkt aufgetragen. Dieser Oberwellenstrom fließt in der Schaltung nach Abb. 3 beim Anlegen einer Wechselspannung von $U_{1\text{eff}} = 2\text{ mV}$ an den Eingang.

Aus Abb. 8 ist ersichtlich, dass die zweite Harmonische klein ist im Gebiet des maximalen negativen Leitwertes. In einem Verstärker, der bei maximal negativem Leitwert betrieben wird, rühren daher die Verzerrungen vor allem von der dritten Harmonischen her.

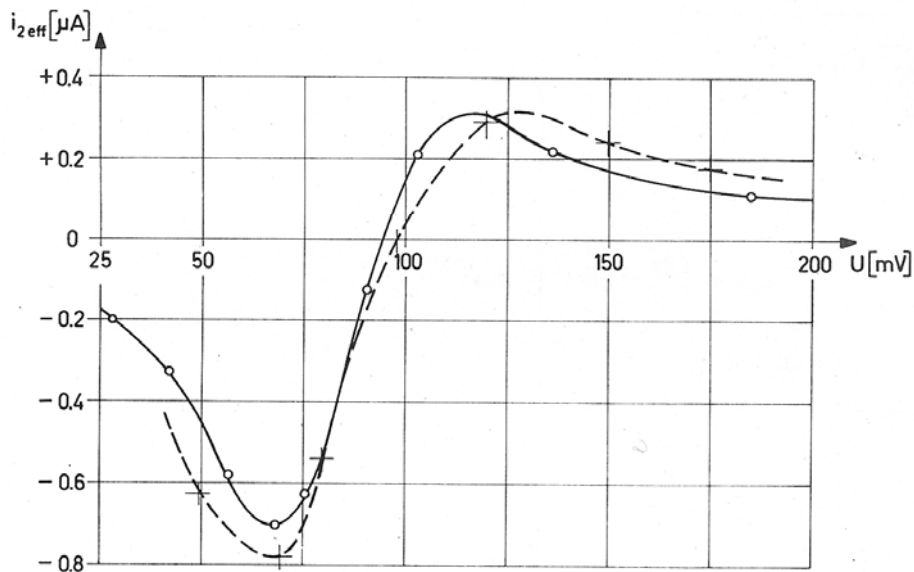


Abb. 8 Strom der zweiten Harmonischen für Tunnel diode ZJ 56 A in der Meßschaltung nach Abb. 3 als Funktion der Gleichspannung über der Tunnel diode
Eingangsspannung $U_{1\text{eff}} = 2\text{ mV}$
— gemessener Strom der ersten Oberwelle
----- berechneter Strom der ersten Oberwelle

4. Mischverhalten einer Tunnel diodenstufe

Eine gut abgestimmte Mischstufe mit einer Tunnel diode kann durch das in Abb. 9 dargestellte Ersatzschaltbild beschrieben werden [13]. Die Tunnel diode wird mit der Gleichspannung U_{q0} in den Arbeitspunkt $U_0 = U_{q0} - R_0 i_0$ vorgespannt. Ein grosses Oszillatorsignal $U_{qos} \cos \omega_{ost}$ erzeugt über einem Schwingkreis mit dem Resonanzwiderstand R_{os} an der Tunnel diode die Spannung $U_{os} \cos \omega_{ost} = (U_{qos} - R_{os} i_{os}) \cos \omega_{ost}$. Der differentielle Leitwert $g(t) = di(t)/dU$ der Tunnel diode wird dadurch im Takte der Oszillatorspannung verändert. Ein kleines Eingangssignal $U_{qs} \cos \omega_{st}$, das über den abgestimmten Kreis mit dem Widerstand R_s als Spannung $U_s \cos \omega_{st} = (U_{qs} - R_s i_s) \cos \omega_{st}$ an die Tunnel diode gelangt, erzeugt mit dem zeitlich veränderlichen Diodenleitwert zusammen Ströme bei neuen Frequenzen. Der auf der Kreisfrequenz $\omega_{zf} = \omega_{os} - \omega_s$ erzeugte Strom wird über einen Schwingkreis mit dem

Resonanzwiderstand R_{zf} als Ausgangssignal ausgekoppelt. Ist die Oszillatorfrequenz hoch und die Zwischenfrequenz tief, so findet der Strom mit der Spiegelfrequenz $f_{sp} = f_{os} + f_{zf} = f_s + 2f_{zf}$ im Lastkreis der Diode den gleichen Widerstand $R_{sp} = R_s$ vor, wie das Eingangssignal. Für alle zusätzlich auftretenden Ströme stellt der Lastkreis der Tunnelodiode einen Kurzschluss dar.

Wird die Tunnelodiode in dieser Mischstufe nicht bis zu grossen Diffusionsströmen angesteuert, so kann sie nach (6) und (7) als frequenzunabhängige Nichtlinearität in die Rechnung eingeführt werden. Bei grossen Diffusionsströmen wäre der Einfluss der spannungsabhängigen Diffusionskapazität [6] nicht zu vernachlässigen. Die Sperrschichtkapazität der Diode wird als konstant angenommen und durch die einzelnen Schwingkreise angestimmt.

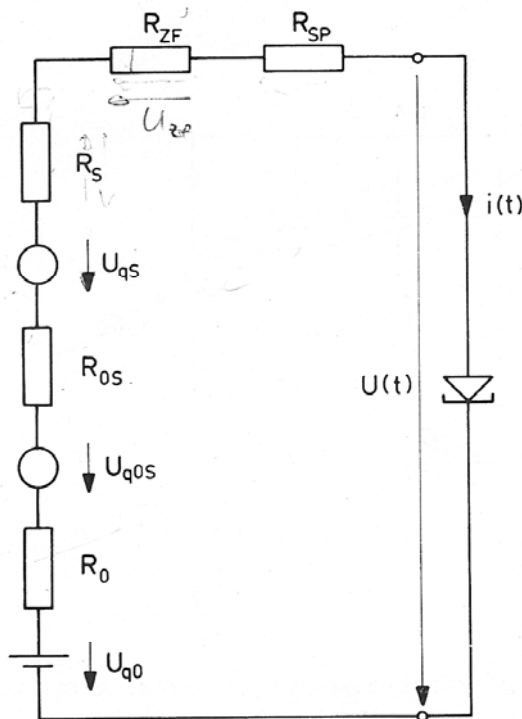


Abb. 9 Ersatzschaltbild für Tunneldiodenmischstufe bei vollständig auf Resonanz abgestimmten Ein- und Ausgängen. Die Widerstände R_0 , R_{0s} , R_s , R_{zf} und R_{sp} sind nur für Signale der betreffenden Frequenz vorhanden. Alle anderen Signale werden kurzgeschlossen

Vorerst steuern wir die Tunnelodiode neben der Gleichspannung U_0 mit einem grossen Oszillatorsignal $U_{os} \cos \omega_{os} t$ aus. Da die Oberwellenströme des Oszillatorsignals keine Spannungen über der Tunnelodiode erzeugen, gilt für den zeitlich veränderlichen Diodenstrom $i(t)$ nach (5):

$$i(t) = A(U_0 + U_{os} \cos \omega_{os} t) \exp\left(-\frac{U_0}{U_A}\right) \exp\left(-\frac{U_{os} \cos \omega_{os} t}{U_A}\right) + G_L(U_0 + U_{os} \cos \omega_{os} t) + I_s \exp\left(\frac{U_0}{U_A}\right) \exp\left(\frac{U_{os} \cos \omega_{os} t}{U_D}\right). \quad (30)$$

Die hier auftretenden Exponentialfunktionen können nach modifizierten Besselfunktionen $I_m(x)$ [11] entwickelt werden:

$$\exp(x \cos \omega t) = I_0(x) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} I_m(x) \cos m \omega t. \quad (31)$$

Für diese Besselfunktionen gilt: $I_m(-x) = (-1)^m I_m(x)$. (32)

Dies eingesetzt führt auf:

$$i(t) = A(U_0 + U_{os} \cos \omega_{os} t) \exp\left(-\frac{U_0}{U_A}\right) \left\{ I_0\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) + \right. \\ \left. + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m I_m\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) \cos m \omega_{os} t \right\} + G_L(U_0 + U_{os} \cos \omega_{os} t) + \\ + I_s \exp\left(\frac{U_0}{U_D}\right) \left\{ I_0\left(\frac{U_{os}}{U_D}\right) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} I_m\left(\frac{U_{os}}{U_D}\right) \cos m \omega_{os} t \right\}. \quad (33)$$

Von diesem Strom benötigen wir den Gleichstrom i_0 und den Oszillatorstrom i_{os} :

$$i_0 = A \exp\left(-\frac{U_0}{U_A}\right) \left\{ U_0 I_0\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) - U_{os} I_1\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) \right\} + \\ + G_L U_0 + I_s \exp\left(\frac{U_0}{U_D}\right) I_0\left(\frac{U_{os}}{U_D}\right), \quad (34)$$

$$i_{os} \cos \omega_{os} t = \left[A \exp\left(-\frac{U_0}{U_A}\right) \left\{ U_{os} I_0\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) - 2 U_0 I_1\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + U_{os} I_2\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) \right\} + G_L U_{os} + 2 I_s \exp\left(\frac{U_0}{U_D}\right) I_1\left(\frac{U_{os}}{U_D}\right) \right] \cos \omega_{os} t. \quad (35)$$

Sind nur die Spannungen U_{q0} und U_{qos} am Eingang der Schaltung bekannt, so können die Spannungen $U_0 = U_{q0} - R_0 i_0$ und $U_{os} \cos \omega_{os} t = (U_{qos} - R_{os} i_{os}) \cos \omega_{os} t$ über der Tunnelodiode durch schrittweise Näherung aus den obigen Gln. bestimmt werden.

Besser ist es aber, die Gleichspannung U_0 und die Oszillatorspannung U_{os} über der Tunnelodiode, oder die Ströme i_0 und i_{os} durch Messung zu bestimmen.

Die Aussteuerung der Tunnelodiode mit dem Oszillatorsignal $U_{os} \cos \omega_{os} t$ bewirkt eine zeitliche Veränderung des differentiellen Diodenleitwertes (6): *mit $U = U_0 + U_{os} \cos \omega_{os} t$*

$$g(t) = A \left(1 - \frac{U_0 + U_{os} \cos \omega_{os} t}{U_A} \right) \exp\left(-\frac{U_0 + U_{os} \cos \omega_{os} t}{U_A}\right) + \\ + G_L + \frac{I_s}{U_D} \exp\left(\frac{U_0 + U_{os} \cos \omega_{os} t}{U_D}\right). \quad (36)$$

Dieser Leitwert kann mit Hilfe von (31) in eine Fourierreihe entwickelt werden:

$$g(t) = A \left(1 - \frac{U_0 + U_{os} \cos \omega_{os} t}{U_A} \right) \exp\left(-\frac{U_0}{U_A}\right) \times \\ \times \left\{ I_0\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m I_m\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) \cos m \omega_{os} t \right\} + \\ + G_L + \frac{I_s}{U_D} \exp\left(\frac{U_0}{U_D}\right) \left\{ I_0\left(\frac{U_{os}}{U_D}\right) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} I_m\left(\frac{U_{os}}{U_D}\right) \cos m \omega_{os} t \right\}. \quad (37)$$

Wir beschränken uns auf die Mischung mit der Grundwelle des Oszillatorsignals. Dann wird neben dem konstanten Anteil die Grundwelle und die erste Oberwelle des differentiellen Leitwertes benötigt:

$$g_0 = A \exp\left(-\frac{U_0}{U_A}\right) \cdot \left\{ \left(1 - \frac{U_0}{U_A}\right) I_0\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) + \frac{U_{os}}{U_A} I_1\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) \right\} + G_L + \frac{I_s}{U_D} \exp\left(\frac{U_0}{U_D}\right) I_0\left(\frac{U_{os}}{U_D}\right), \quad (36)$$

$$g_{os} \cos \omega_{os} t = \left\{ A \exp\left(-\frac{U_0}{U_A}\right) \left[-\frac{U_{os}}{U_A} I_0\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) - \left(1 - \frac{U_0}{U_A}\right) 2 I_1\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) - \frac{U_{os}}{U_A} I_2\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) \right] + 2 \frac{I_s}{U_D} \exp\left(\frac{U_0}{U_D}\right) I_1\left(\frac{U_{os}}{U_D}\right) \right\} \cos \omega_{os} t, \quad (37)$$

$$g_{2os} \cos \omega_{os} t = \left\{ A \exp\left(-\frac{U_0}{U_A}\right) \left[\left(1 - \frac{U_0}{U_A}\right) 2 I_2\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) + \frac{U_{os}}{U_A} I_3\left(\frac{U_{os}}{U_A}\right) \right] + 2 \frac{I_s}{U_D} \exp\left(\frac{U_0}{U_D}\right) I_2\left(\frac{U_{os}}{U_D}\right) \right\} \cos 2 \omega_{os} t. \quad (38)$$

Beim Mischen erzeugt die kleine Signalspannung über dem variablen Leitwert die Spannung $U_s \cos \omega_s t = (U_{qs} - R_s i_s) \cos \omega_s t$. Die beim Zusammenwirken dieser Spannung mit dem variablen Leitwert entstehenden Mischströme erzeugen die Zwischenfrequenzspannung $U_{zf} \cos \omega_{zf} t = -R_{zf} i_{zf} \cos \omega_{zf} \cdot t$ und die Spannung bei der Spiegelfrequenz $U_{sp} \cos \omega_{sp} t = -R_{sp} i_{sp} \cos \omega_{sp} t$. Die Zusammenhänge zwischen diesen Strömen und den Spannungen über der Tunnel-diode können durch eine Matrix dargestellt werden:

$$\begin{pmatrix} i_s \\ i_{zf} \\ i_{sp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_0 & g_{os} & g_{2os} \\ g_{os} & g_0 & g_{os} \\ g_{2os} & g_{os} & g_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_s \\ U_{zf} \\ U_{sp} \end{pmatrix}. \quad (39)$$

Das zugehörige Ersatzschaltbild ist in Abb. 10 dargestellt. Für grosse Oszillatorsignale sind die Grössen g_0 , g_{os} und g_{2os} durch (36) bis (38) gegeben.

Wird die Tunnel-diode nur mit einem relativ kleinen Oszillatorsignal angesteuert, dann entwickelt man den veränderlichen differentiellen Leitwert (6) und (36) mit Vorteil in eine Taylorreihe:

$$g(t) = G \Big|_{U_0} + \frac{dG}{dU} \Big|_{U_0} U_{os} \cos \omega_{os} t + \frac{d^2 G}{dU^2} \Big|_{U_0} \frac{U_{os}^2}{2!} \cos^2 \omega_{os} t + \dots + \frac{d^n G}{dU^n} \Big|_{U_0} \frac{U_{os}^n}{n!} \cos^n \omega_{os} t = \frac{dI}{dU} \Big|_{U_0} + \frac{d^2 I}{dU^2} \Big|_{U_0} U_{os} \cos \omega_{os} t + \frac{d^3 I}{dU^3} \Big|_{U_0} \frac{U_{os}^2}{2!} \cos^2 \omega_{os} t + \dots + \frac{d^{n+1} I}{dU^{n+1}} \Big|_{U_0} \frac{U_{os}^n}{n!} \cos^n \omega_{os} t. \quad (40)$$

Die Ableitungen $\frac{d^v I}{dU^v} \Big|_{U_0}$ sind bekannt aus dem Abschnitt über die Verzerrungen (Gl. 6 und

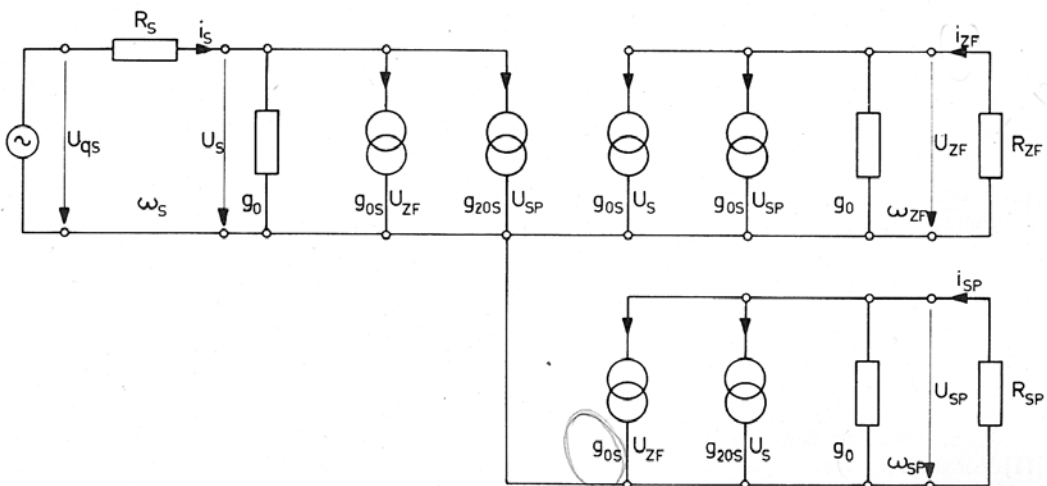


Abb. 10 Sechspol-Ersatzschaltbild für die Admittanz-Matrix einer Mischstufe mit Signaleingang ω_s , Zwischenfrequenzausgang ω_{zf} und Spiegelfrequenzkreis ω_{sp}

27 bis 29). Für relativ kleine Oszillatorsignale nehmen damit die Leitwerte der Matrixgl. (39) die folgende Gestalt an:

$$g_0 = \left. \frac{dI}{dU} \right|_{U_0} + \left. \frac{d^3I}{dU^3} \right|_{U_0} \frac{U_{os}^2}{4} + \left. \frac{d^5I}{dU^5} \right|_{U_0} \frac{U_{os}^4}{3264} + \dots, \quad (41)$$

$$g_{os} \cos \omega_{os} t = \left(\left. \frac{d^2I}{dU^2} \right|_{U_0} U_{os} + \left. \frac{d^4I}{dU^4} \right|_{U_0} \frac{U_{os}^3}{8} + \dots \right) \cos \omega_{os} t, \quad (42)$$

$$g_{2os} \cos 2 \omega_{os} t = \left(\left. \frac{d^3I}{dU^3} \right|_{U_0} \frac{U_{os}^2}{4} + \left. \frac{d^5I}{dU^5} \right|_{U_0} \frac{U_{os}^4}{48} + \dots \right) \cos 2 \omega_{os} t. \quad (43)$$

Mit der Matrixgl. (39) für die Ströme und Spannungen haben wir den Anschluss an bekannte Berechnungen der Tunneliodenmischung ([13], [14], [15], [16]) gefunden. Als Neuerung gegenüber den bisherigen Rechnungen werden hier die Größen g_0 , g_{os} und g_{2os} aus der analytischen Näherung für die Tunneliodenkennlinie abgeleitet. Ausgehend von dieser Matrixdarstellung werden in den genannten Arbeiten Gleichungen für die Mischverstärkung, Anpassbedingungen, Rauschfaktoren usw. berechnet. In diese Gleichungen können die hier angegebenen analytischen Näherungen für die Größen g_0 , g_{os} und g_{2os} eingesetzt werden. Es wird auf diese Art leichter möglich sein, optimale Arbeitspunkte und Oszillatoraussteuerungen für eine Mischstufe festzulegen.

An dieser Stelle sei Herrn Dr. J. S. VOGEL für wertvolle Diskussionen, und den Herren dipl. Ing. G. BAGGENSTOS, U. BLEULER und R. VOGELANG für Messungen und den Aufbau von Schaltungen bestens gedankt.

Schrifttum

- [1] CARR, W. N., *Experimental Verification of the Price-Radcliffe-Kane Tunneling Equation*, Proc. Inst. Radio Engrs 50, 1705 (1962).
- [2] FERENDECI, A., KO, W. H., *A Two-Term Analytical Approximation of Tunnel-Diode Static Characteristics*, Proc. Inst. Radio Engrs 50, 1852...1853 (1962).
- [3] ESAKI, L., *New Phenomenon in Narrow Germanium p-n Junctions*, Phys. Rev. 109, 603...604 (Jan. 1958).
- [4] PRICE, P. J., RADCLIFFE, J. M., *Esaki Tunneling*, I.B.M. J. Res. Developm. 3, 364...371 (1959).
- [5] KANE, E. O., *Theory of Tunneling*, J. appl. Phys., 32, 83...91 (1961).
- [6] SHOCKLEY, W., *Electrons and Holes in Semiconductors* (van Nostrand 1950).
- [7] BRODY, T. P., *Nature of the Valley Current in Tunnel Diodes*, J. appl. Phys., 33, 100...112 (1962).
- [8] CLAASSEN, R. S., *Excess and Hump Current in Esaki Diodes*, J. appl. Phys., 32a, 2373...2378 (1961).
- [9] MEYERHOFER, D., BROWN, G. A., SOMMERS, H. S., *Tunnel, Excess, and Thermal Current in Tunnel Diodes*, Phys. Rev., 126, 1329...1341 (1962).
- [10] CHYNOWETH, A. G., FELDMANN, W. L., LOGAN, R. A., *Excess Tunnel Current in Si Esaki-Junctions*, Phys. Rev., 121, 684 (1961).
- [11] VOGEL, J. S., STRUTT, M. J. O., *Berechnung der Verzerrungs- und Störeffekte bei Transistor-Verstärkerstufen auf Grund des Ersatzschaltbildes*, Arch. elekt. Übertragung 14, 397...404 (1960).
- [12] HARTMANN H. J., MICHELITSCH, M., STEINHÄUSER, W., *Die Tunneldiode. Physikalische Grundlagen, Herstellung und Anwendung*, Arch. elekt. Übertragung 15, 125...144 (1961).
- [13] PUCCEL, R. A., *Theory of the Esaki Diode Frequency Converter*, Solid State Electronics 3, 167...207 (1961).
- [14] KIM, C. S., *Tunnel-Diode Converter Analysis*, Inst. Radio Engrs Trans ED-8, 395...405 (1961).
- [15] WOHLBERG, K., *Zur Darstellung der Eigenschaften einer Esaki-Diode als Oszillator und Mischer in Form von Kennlinienfeldern*, Telefunken Ztg. 34, 114...121 (1961).
- [16] CHANG K. K. N., HEILMEIER G. H., PRAGER H. J., *Low-noise tunnel-diode down converter having conversion gain*, Proc. Inst. Radio Engrs 48, 854...858 (1960).

Adresse des Autors: H. MELCHIOR, dipl. El.-Ing. ETH, Institut für Höhere Elektrotechnik der ETH, Gloriastrasse 35, Zürich 7.